阵元失效下基于协方差矩阵重构的高分辨测向方法*

谭伟杰 冯西安
（西北工业大学航海学院，陕西 西安 710072）

摘要：传统子空间类方法依赖于阵列相关矩阵，在阵列中阵元出现失效的情况下，相关矩阵将会秩亏，子空间类方法将会失效。针对该问题，本文从协方差拟合准则出发，将协方差矩阵的 Toeplitz 结构作为约束，基于低秩矩阵重构的原理来恢复协方差矩阵，而后采用子空间类方法来进行目标的方位估计。在阵元失效情况下，该方法能有效重构阵列协方差矩阵，恢复失效阵元的自由度，解决失效阵元情况下高精度目标方位估计的问题。数值仿真表明，该方法在阵元失效条件下，能够恢复损伤阵列到正常阵列条件下的性能，尤其是对于多个目标的情况，该方法表现出更优的性能。

关键词：阵元失效；自由度恢复；协方差矩阵重构；低秩矩阵重构
分类号：TN911.7

High-resolution DOA estimation method based on covariance matrix reconstruction in presence of element failure

Tan Weijie Feng Xi’an
(School of Marine Science and Technology，Northwestern Polytechnical University，Xi’an Shaanxi 710072, China)

Abstract：Failed elements can cause the change of array correlation matrix. Thus, based on the processing of array correlation matrix, the performance of subspace methods would deteriorate greatly when array elements failure occurred. This paper presents a method to solve this problem. Starting from covariance matching criterion, making the Toeplitz structure of the covariance matrix as a constraint, the covariance matrix is recovered based on the principle of low rank matrix reconstruction, and then DOA estimation is conducted by the use of subspace methods. In case of element failure, the proposed method can reconstruct the array covariance matrix effectively, recover the freedom of the failed element, and solve the problem of high precision DOA estimation under array elements failure. Numerical simulations indicate that, when array element failure occurred, the method we propose have better performance, especially in the case of multiple targets.

Keywords： array element failure；degree of freedom recovery；covariance matrix data reconstruction；low rank matric recovery

1 引言

* 本文系国家自然基金基金项目“水下多目标回波稀疏表示及声成像方法研究”（项目编号：61671378）的研究成果之一。

阵列信号处理是雷达、声呐、深空通信等领域中的关键技术。在目标的检测、识别与定位中，一般文献都假定阵元是完好的，然而在实际应用中，由于恶劣的自然环境、人为干扰以及阵元老化、阵元的物理损坏等因素的影响，阵元失效问题往往不可避免。尤其在水下条件，环境更加复杂与恶劣，如强水压、腐蚀性等，基阵阵元损坏的概率更大，阵元失效会破坏均匀线列阵的几何对称性和均匀性，使阵列输出信号产生失真，阵列响应发生锐变，造成阵列的波束图扭曲，严重情况下甚至导致阵列失效。阵元的失效会造成检测性能下降，虚警率增加；在目标方位估计中，阵元失效会使采样协方差矩阵产生变化，使得传统子空间类的方位估计方法失效。对于维修复杂、系统实时性要求高或是开销昂贵的特殊场合，如何在阵元失效情况下恢复阵列的性能是一个需要深入研究的问题。

针对阵元失效问题，广大学者分别从阵元失效对于阵列性能的影响，阵元失效所带来的旁瓣级升高问题，以及失效阵元的有效恢复等问题展开了广泛的研究。关于阵元失效对于阵列性能的影响的研究，朱德智等分析了均匀线阵中失效阵元在不同位置时对波束主瓣幅度、均匀加窗波束形成方向图、锥化波束形成方向图以及单脉冲测角的影响[1][2]。李铮等分析均匀圆阵阵元失效对阵列方向图的影响，得出了阵元失效的位置不同时对于圆阵的方向图的影响相差不大的结论[3]。针对矩形面阵，高飞等人讨论了不同阵元失效情况对阵列方向图、杂波特性及 STAP 性能的影响。从阵列孔径、杂波自由度和系统自由度以及目标相参积累值三个方面分析阵元失效对空时自适应处理的影响[4]。以上分别研究了在均匀线阵、均匀圆阵以及矩形面阵下的阵列性能影响，但没有给出阵元失效情况下的信号处理方法。针对阵元失效引起的波束形成的旁瓣级升高的问题，崔琳等提出采用时间延迟估计和线性预测两种方法对失效阵元的输出进行预测，抑制旁瓣级，提高基阵指向性[5]。徐朝阳等提出将失效阵元的权重强制为零，根据期望的波束图对阵列中剩余正常阵元的权重进行重优化，达到抑制阵列的旁瓣级的目的[6]。针对阵元失效的有效恢复问题，杨洋等以网格阵列为例分析了阵元失效对声场重建结果的影响，提出了忽略缺损阵元的存在，把缺损阵列看作新的网格阵列或者非规则阵列，对数据进行重组，利用新阵列进行重建阵元失效的补偿方法[7]。张远彪等针对基阵中的阵元失效问题，提出采用线性预测方法重构失效阵元的回波信号，而后进行合成孔径成像处理，从而解决阵元失效带来的图像畸变问题[8]。针对均匀线列阵中阵元失效导致阵列性能下降的问题，徐朝阳等利用相邻阵元相对同一信号源的接收信号之间仅相差一个固定相移的特点，通过合成其他正常阵元的输出信号来恢复失效阵元的输出，抑制旁瓣增长[9]。Yerriswamy 等人[10]在阵元数据缺损满足空时随机分布的前提下，提出通过低秩矩阵填充的方法来恢复阵列在空时上的缺损数据，然后在数据域直接采用矩阵束的方法进行目标方位估计。在实际中，假设的空时数据缺损的随机分布条件往往不能同时满足，阵元损坏会导致某一空间位置无法接收到任何数据，从而使得该方法失效。杨东等人[11] 考虑了空间采样中某一阵列完全损坏或者未采样情况下的问题，提出利用等距线阵数据间的等比特性，通过将某一时间采样上的数据重排，使得数据满足随机分布条件，进而将问题等效为一低秩矩阵填充问题。该方法虽然解决了某一阵元损坏或者降采样时的空时数据非随机分布，但存在 2 个重要缺陷，首先，数据重排后的矩阵填充是个降维处理，又要保证低秩条件，极大地降低了阵列的自由度。其次，逐个快拍进行数据填充所需的计算量非常大，在实际应用中不太现实。在阵元失效的情况下如何有效恢复阵列信号，进行高分辨的方位估计、成像[12]已成为阵列信号处理中的一个重要研究内容

针对均匀线列阵的阵元失效问题，在假设阵元损伤为随机分布，阵元失效个数不超过一半的情况下，本文从协方差拟合准则出发，以协方差矩阵的 Toeplitz 结构作为约束条件[13]，利用协方差矩阵的低秩特性来恢复协方差矩阵，而后采用子空间类方法进行目标的方位估计。在阵元失效情况下，该方法能有效恢复协方差矩阵，恢复失效阵元的自由度，解决失效阵元情况下高精度目标方位估计问题。

2 均匀线列阵模型

2.1 无损伤均匀线列阵模型

考虑包含有 M 个阵元的均匀线性阵列。假设有 K 个非相关窄带目标信号分别从远场 $\varphi_1,\varphi_2,\cdots,\varphi_K$ 方位照射到阵列。不同时间快拍表示为 $s_k(t)$，$t=1,2,\cdots,T$，$k=1,2,\cdots,K$。那么该阵列接收的信号矢量可以表示为：

$$\boldsymbol{x}(t)=\sum_{k=1}^{K}\alpha(\varphi_k)s_k(t)+n(t)=As(t)+n(t) \tag{1}$$

式中：$\boldsymbol{\alpha}(\varphi_k)=\left[1,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{2\pi}{\lambda}d_1\sin(\varphi_k)},\cdots,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{2\pi}{\lambda}d_{M-1}\sin(\varphi_k)}\right]^{\mathrm{T}}\in C^{L\times 1}$ 为 φ_k 对应的导向矢量；d_i 表示阵元位置，$d_i=d(\mathrm{i}-1)$，$i=1,2,\cdots,M$。对 φ_k 进行归一化，令 $\bar{\varphi}_k=(d/\lambda)\sin(\varphi_k)$，$\alpha(\bar{\varphi}_k)=\left[1,e^{j2\pi\bar{\varphi}_k},\ldots,e^{j2\pi(M-1)\bar{\varphi}_k}\right]^T$，其中 λ 表示来波信号波长。$A=\left[\alpha(\varphi_1),\alpha(\varphi_2),\cdots,\alpha(\varphi_K)\right]$ 为阵列流型，假定 $s_k(t)$ 服从方差为 σ_k^2 的独立高斯分布，表示为 $s(t)=[s_1(t),s_2(t),\ldots,s_k(t)]$。噪声 $n(t)$ 为服从复高斯分布 $NC(0,\sigma_n^2)$ 的独立同分布随机变量，均值为 0，方差为 σ_n^2。那么信号 $\boldsymbol{x}(t)$ 的协方差矩阵可以表示为：

$$\boldsymbol{R}_{xx}=E[x(t)x^H(t)]=A\begin{bmatrix}\sigma_1^2 & & & \\ & \sigma_2^2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \sigma_K^2\end{bmatrix}A^H+\sigma_n^2 I=AR_{ss}A^H+\sigma_n^2 I=T(\mathrm{u})+\mathrm{diag}(\sigma^2) \tag{2}$$

式中：$\boldsymbol{R}_{ss}=E[s(t)s^H(t)]=diag([\sigma_1^2,\ldots,\sigma_K^2])\in R^{K\times K}$ 为信源的协方差矩阵；σ_k^2 为第 k 个信源的功率；I 表示单位矩阵。

$$\hat{\sigma}_k^2=\frac{1}{T}\sum\nolimits_{t=1}^{T}s_k(t)s_k^*(t),\quad k=1,2,\ldots,K \tag{3}$$

实际中，协方差矩阵是未知的，只有在采样时间无限长的情况下才能够精确地估计。一般协方差矩阵可以通过如下的采样协方差矩阵来获得：

$$\hat{\boldsymbol{R}}_{xx}=\frac{1}{T}\sum\nolimits_{t=1}^{T}x(t)x(t)^H \tag{4}$$

在阵列无损伤情况下，可以采用子空间类方法如 MUSIC、ESPRIT 等来通过寻找伪谱峰值所对应的角度来进行目标方位估计，但是在阵元存在损伤的情况下，会导致秩亏以及相位模糊，使得传统子空间类方法失效。本文从协方差拟合准则出发，以协方差矩阵的 Toeplitz 结构作为约束条件，利用协方差矩阵的低秩特征来恢复协方差矩阵，而后采用子空间类方法来进行目标的方位估计。

2.2 损伤均匀线列阵模型

这里我们作如下假定：

(1) 已知损伤阵元的空间位置。

(2) 这里所指的阵元失效是指阵元完全故障，接收不到任何幅度和相

位的信息，也就是说失效阵元没有可以利用的任何信息。若是第 i 个阵元失效，那么导向矢量 $\boldsymbol{\alpha}(\varphi)$ 中的 $e^{j\frac{2\pi}{\lambda}d_i\sin(\varphi_k)}$ 将被 0 所替代。

（3）损伤阵元的空间位置是随机分布的，且阵元损伤个数不超过一半。

损伤均匀线列可以看做是无损伤均匀线列阵的空间域稀疏采样，也就说损伤阵列输出可以看做是原始均匀线阵输出的一个子集合。假若损伤阵元的阵元位置集合为 Ψ，那么 $\Psi\subset[M]$，我们认为该集合指标按照升序排列，$L=|\Psi|$ 为除损伤阵元的阵列阵元的个数，那么损伤阵列的导向矢量可以表示为

$$\boldsymbol{\alpha}_{\Psi}(\varphi_k)=\left[e^{j\frac{2\pi}{\lambda}d_{\Psi_1}\sin(\varphi_k)},\cdots,e^{j\frac{2\pi}{\lambda}d_{\Psi_L}\sin(\varphi_k)}\right]^{\mathrm{T}}\in C^{L\times 1} \tag{5}$$

假定损伤阵元位置已知，定义一个选择矩阵 $\Gamma_{\Psi}\in\{0,1\}^{L\times M}$，其中 Γ_{Ψ} 的第 j 行除了第 Ψ_j 个元素为 1，其余全部为零。那么损伤阵元的导向矢量可以表示为

$$\boldsymbol{\alpha}_{\Psi}(\varphi_k)=\Gamma\alpha(\varphi_k) \tag{6}$$

阵列输出可以表示为

$$\boldsymbol{x}_{im}(t)=A_{\Omega}s(t)+n_{\Omega}(t)=\Gamma_{\Omega}As(t)+\Gamma_{\Omega}n(t) \tag{7}$$

那么此时的协方差矩阵为

$$\boldsymbol{R}_{x_{im}x_{im}}=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}x_{im}(t)x_{im}^{H}(t)=\Gamma_{\Psi}T(\mathrm{u})\Gamma_{\Psi}^{T}+\Gamma_{\Psi}diag(\sigma^2)\Gamma_{\Psi}^{T}\triangleq T_{\Psi}(\mathrm{u})+diag(\sigma_{\Psi}^{2}) \tag{8}$$

这里 $T_{\Psi}(\mathrm{u})\triangleq\Gamma_{\Psi}T(\mathrm{u})\Gamma_{\Psi}^{T}$，$diag(\sigma_{\Psi}^{2})\triangleq\Gamma_{\Psi}diag(\sigma^2)\Gamma_{\Psi}^{T}$。实际中，采用采样协方差表示为 $\hat{\boldsymbol{R}}_{x_{im}x_{im}}=\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}x_{im}(t)x_{im}^{H}(t)$。

3 基于低秩矩阵约束的协方差矩阵重构

在无损伤阵列模型下，令 $B=A(\varphi)R_{ss}A^{H}(\varphi)$，很容易得出 $B\geq 0$，并且 $rank(B)=\mathrm{K}\leq\mathrm{M}-1$，进一步

$$B_{j,l}=\sum_{k=1}^{K}\sigma_k^2\alpha(\varphi_k)\alpha^{\mathrm{H}}(\varphi_k)=\sum_{k=1}^{K}\sigma_k^2e^{i2\pi(\mathrm{j}-1)\varphi_k} \tag{9}$$

B 是一个（Hermitian）Toeplitz 矩阵，可表示为 $B=T(u)$，$u\in\mathbb{C}^{M}$，且有

$$T(u)=\begin{bmatrix}u_1 & u_2 & \cdots & u_M\\ u_2^* & u_1 & \cdots & u_{M-1}\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ u_M^* & u_{M-1}^* & \cdots & u_1\end{bmatrix} \tag{10}$$

在采样协方差矩阵两边减去协方差矩阵，可以得到

$$E=\hat{\boldsymbol{R}}_{xx}-\boldsymbol{R}_{xx}=\hat{\boldsymbol{R}}_{xx}-T(\mathrm{u})-diag(\sigma^2) \tag{11}$$

式中，E 是测量误差，因为快拍数的有限，使得该测量误差不可能为零，其中包含了信号与信号，信号与噪声之间的交叉相关项，随着快拍数的增加，该误差会逐渐变小。

令 $D=\{m_1-m_2+1:m_1,m_2\in\Psi,m_1\geq m_2\}\subset[M]$，当 D 定义在均匀线列阵上的，D 为冗余阵，且损伤阵列可视为非均匀线阵上的合作阵。为保证损伤阵列的冗余性，假定损伤阵元位置是随机的且个数不超过一半，这种假设在实际中是合理的。该假设是充分非必要条件，即使合作阵不是冗余阵，也可以保证协方差的重构[14]。

对于均匀线阵我们可以通过低秩矩阵重构理论，通过以下方式来重构协方差矩阵

$$\min_{u,\{\sigma^2\succ 0\}} rank\left[T(u)\right] \quad s.t \quad \|E\|_2^2\leq\rho,T(u)\geq 0 \tag{12}$$

这里，$\sigma^2\succ 0$ 意味着非负向量。ρ 是一个用户自定义的上界，这里采用协方差拟合的策略来确定该界限，首先通过向量化 E 满足渐进正态分布 $vec(E)\sim AsN(0,\mathrm{W})$ 其中，$\mathrm{W}=1/N\,(R^T\otimes R)$，$\otimes$ 为 Kronecker 矩阵积。实际中，可以通过估计得到 $\hat{\mathrm{W}}=1/N(\hat{R}^T\otimes\hat{R})$，那么可以得到

$$W^{-1/2}vec(E)\sim AsN(0,\mathrm{I}_{N^2}) \tag{13}$$

直接的结果是

$$\left\|W^{-\frac{1}{2}}vec(E)\right\|_2^2\sim As\chi^2(N^2) \tag{14}$$

$As\chi^2(N^2)$ 是自由度为 N^2 的卡方分布，引入一个参数 η，$\left\|W^{-\frac{1}{2}}vec(E)\right\|_2^2\leq\eta$，那么通过如下的秩最小问题来求解协方差矩阵重构的问题，

$$\min_{u,\{\sigma^2\succ 0\}} rank\left[T(u)\right] \; s.t \; \left\|W^{-\frac{1}{2}}vec(E)\right\|_2^2\leq\eta,T(u)\geq 0 \tag{15}$$

但是，该问题是一个 NP 难问题，因此采用凸松弛将伪秩范数松弛到原子核范数或者正半定矩阵的迹范数。因此该优化问题可以表示为

$$\min_{u,\{\sigma^2\succ 0\}} tr\left[T(u)\right] \quad s.t \quad \left\|W^{-\frac{1}{2}}vec(E)\right\|_2^2\leq\eta,T(u)\geq 0 \tag{16}$$

一旦将优化解 $\hat{u}$ 得到，那么通过 $T(u)=T(\hat{u})$ 得到重构协方差矩阵，进一步可以通过 root-MUSIC 估计得到目标方位。因为 $T(\hat{u})$ 具有 Toeplitz 结构，也可以通过范德蒙特分解来有效估计目标方位。

当阵列存在损伤时，阵列协方差重构问题可以描述为

$$\left\|W_\Psi^{-\frac{1}{2}}vec(E_\Psi)\right\|_2^2\sim As\chi^2(\mathrm{L}^2) \tag{17}$$

采用如下的迹最小问题来重构协方差

$$\min_{u,\{\sigma^2\succ 0\}} tr\left[T(u)\right] \quad s.t \quad \left\|W_\Psi^{-\frac{1}{2}}vec(E_\Psi)\right\|_2^2\leq\eta',T(u)\geq 0 \tag{18}$$

η' 是自由度为损伤的阵元个数 L^2 的渐进卡方分布。该方法能够潜在的恢复出来损伤阵元的协方差矩阵。因此整个算法的流程为：

协方差矩阵重构目标方位估计算法流程：

1：计算损伤阵列的协方差矩阵 $\hat{R}$；

2：计算加权权重 W，以及协方差拟合误差参数 η'；

3：求解迹最小化问题（18），重构协方差矩阵 T(u)；

4：采用求根 MUSIC 求解损伤阵元的目标方位

4 仿真与分析

本节对基于协方差矩阵重构的高分辨估计方法进行仿真分析，以验证算法的有效性。在下面所有仿真中均匀线阵阵元个数均为10个，阵元间隔为半波长，目标为远场非相干窄带目标。噪声为均值为0，方差为1的高斯白噪声。其中阵列中有4个阵元以随机分布的形式损坏，在均匀线列阵中分别出现的位置为[2, 4, 6, 9]。破损的阵元位置如图1所示，其中○表示损伤阵元指标，× 表示损伤阵元指标，满足阵元损伤数目不超过阵元数目的一半。

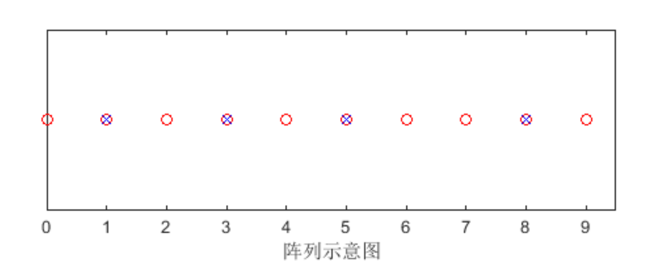


图 1 阵列示意图

Fig.1 Array Configuation

实验 1：阵元损伤情况下的性能比较

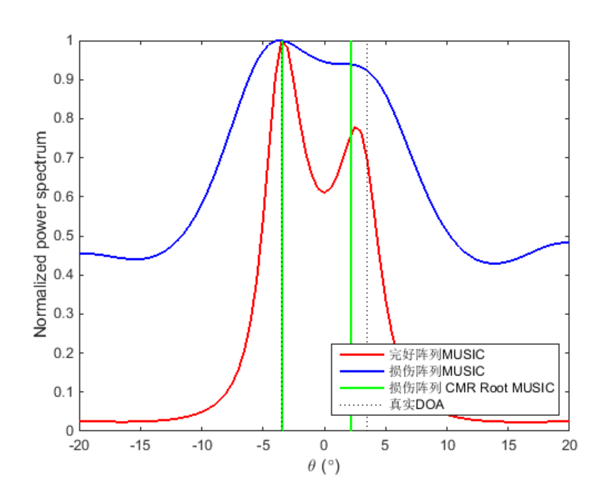


图 2 不同情况下的空间谱比较

Fig.2 Spatial spectrum of all methods

图 2 是在两个目标方位分别为[-4°，4°]。可以看出，将损伤阵元输出看作为 0 时，采用 MUSIC 方法无法分辨出两个近空间目标，但是通过重构后协方差采用求根 MUSIC 可以达到与完好阵列接近的性能。说明该方法在恢复阵列自由度上的有效性。

实验 2：测向偏差与角度分隔的关系

实验条件：输入信噪比为 10 dB。假设有 2 个等功率的独立非相干信号同时入射到 10 元均匀线列阵中，进行 200 次蒙特卡洛实验，分析 2 个目标的平均测向偏差。一个目标的角度固定为-10°，另一个目标的角度间隔从以 0.5° 步长远离该目标，信噪比固定为 0 dB，快拍数为 500 次，分别在阵元无损伤采用 MUSIC 方法，阵元损伤情况下采用 MUSIC 方法以及阵元损伤情况下采用协方差矩阵重构的方法来重新获得协方差矩阵，采用求根 MUSIC 方法来估计方位，MUSIC 方法中对[-90°,90°]空域中以 1° 为间隔进行扫描，验证该方法的测向偏差与角度分隔的关系，如图 3 所示。

在随机出现 4 个阵元损伤的情况下，采用协方差矩阵重构结合求根 MUSIC 方法能够在目标角度很小的情况下得到很好的估计性能，甚至优于完整阵列情况下 MUSIC 的估计性能，其原因是一方面采用 Toeplitz 结构来约束协方差矩阵，另一方面是因为采用了求根 MUSIC，性能比 MUSIC 要更优。在阵列损伤情况下，MUSIC 方法在角度分隔较远时，也可以估计出目标，因为损伤阵列中，依然存在两个半波长的阵元，但是对于多个目标，其性能就会显现出来。采用协方差矩阵重构结合求根 MUSIC 方法在两个目标间隔为 6° 时，估计偏差已经逐渐接近为零，而完好阵列在两个目标间隔为 8° 时，估计偏差才逼近为 0，因此该方法可以很好地恢复出完好阵列的估计性能，这正是该方法的目的所在。

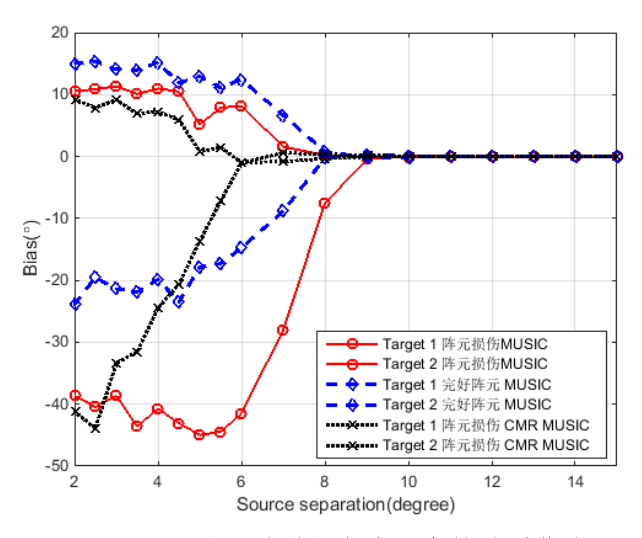


图 3 估计偏差与角度分离的关系曲线

Fig.3 Bias of two source separation for the different case

实验 3：验证算法在多目标情况下的 DOA 估计性能

采用均方根误差（Root Mean Square Error，RMSE）作为性能衡量准则，定义为：

$$\mathrm{RMSE}=\sqrt{\frac{1}{KM}\sum_{m=1}^{M}\sum_{k=1}^{K}(\hat{\theta}_k^m-\theta_k^m)^2} \tag{14}$$

式中：M 为给定场景下的蒙特卡洛仿真次数；K 为入射信号个数；$\hat{\theta}_k^m$ 和 θ_k^m 分别为第 m 次试验中第 k 个信号方向的真实值和估计值。

假设空间远场非相干窄带目标个数分别为 5，6，7，8 分别均匀分布在

[-60°,60°]，图 4、图 5 分别给出了 RMSE 与快拍数、信噪比的关系变化曲线。图 4 是在信噪比为 0dB 条件下，蒙特卡洛次数为 200 次，多目标的均方根误差与快拍数关系曲线。可以看出在随着目标个数的增加，估计精度相对的降低，但是在目标数为 5，6，7 的情况下，该方法仍能够具有较高的精度。

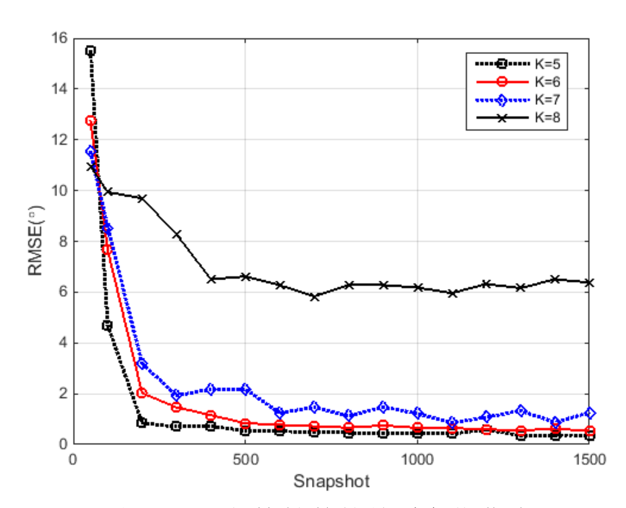


图 4 RMSE 与快拍数的关系变化曲线

Fig.4 The RMSE against different Snapshot of multiple source for different methods

图5是在快拍数为500次的条件，蒙特卡洛次数为200次，多目标的均方根误差与信噪比关系曲线。可以看出在小于0dB，该方法精度较低，但是随着信噪比的增加，目标数分别为5，6，7的情况下，仍然具有较好的分辨精度，因为目标损伤的个数为4个，传统的MUSIC方法因为存在阵元缺损，不能分辨超过阵元个数的目标

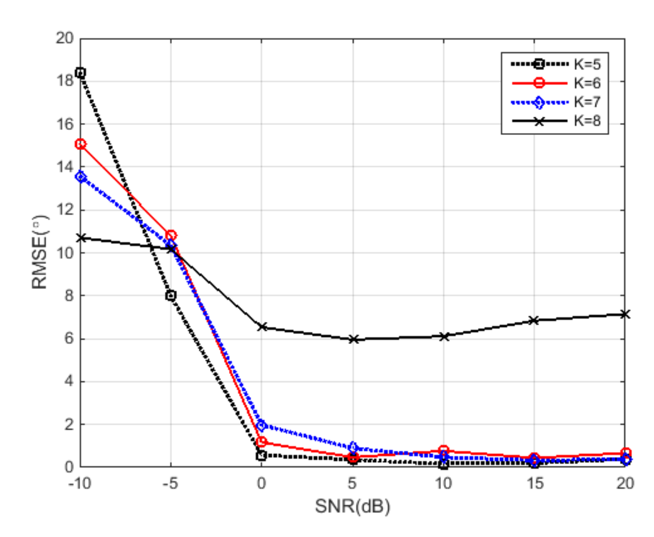


图 5 RMSE 与信噪比的关系变化曲线

Fig.5 The RMSE against different SNR of multiple source for different methods

参考文献：

[1]朱德智， 闫冯军. 均匀线阵阵元缺损对波束方向图影响的分析[J]. 现代电子技术, 2009, 32 (8): 106-108.(ZHU Dezhi, YAN Fengjun. Analysis about impact of uniform linear array defect on beam pattern[J]. Modern Electronics Technique, 2009, 32(8):106-108.)

[2] 朱德智，闫冯军. 均匀线阵阵元缺损对目标检测的影响分析[J]. 太赫兹科学与电子信息学报，2009, 7(5): 398-403.(ZHU Dezhi, YAN Fengjun. Influence of damaged sources of ULA on detection[J]. Journal of Terahertz Science and Electronic Information Technology, 2009, 7(5): 398-403.)

[3] 李铮,张曙. 均匀圆阵阵元缺损对阵列方向图影响的分析[J]. 自动化技术与应用, 2010, 29(9): 31-39.(LI Zheng, ZHANG Shu. Analysis of the array pattern with defect array element in the uniform circle array[J]. Techniques of Automation and Applications, 2010, 29(9): 31-39.)

[4] 高飞， 陈辉，谢文冲，等. 阵元失效情况下的STAP性能研究[J]. 电子学报, 2009, 37(9): 2096-2101.(GAO Fei, CHEN Hui, XIE Wenchong, et al. STAP performance research on element failure[J]. Acta Electronica Sinica, 2009, 37(9): 2096-2101.)

[5] CUI Lin, LI Ya’an. The method research of beamforming with array-element failure[C] International Conference on Computer, Mechatronics, Control and Electronic Engineering(CMCE). Changchun, China, 2010:111-114.

[6] 徐朝阳, 章新华, 韩东,等. 阵元失效条件下拖线阵波束形成的优化方法[J]. 系统仿真学报, 2009, 21(19): 6017-6019.(XU Zhaohua, ZHANG Xinhua, HAN Dong, et al. Optimized method of beamforming for towed linear arrays in presence of element failure[J]. Journal of System Simulation, 2009, 21(19): 6017-6019.)

[7] 杨洋, 蔡鹏飞, 褚志刚. 阵列形式及阵元失效对统计最优近场声全息重建结果的影响分析[J]. 声学技术, 2014,33(4): 352-358. (YANG Yang, CAI Pengfei, CHU Zhigang. The influence of array geometry and element failure on SONAH reconstruction results[J]. Technical Acoustics, 2014, 33(4): 352-358.)

[8] 张远彪, 朱三文. 有缺陷的多接收阵合成孔径声呐成像技术[J]. 鱼雷技术, 2015, 23(4): 280-285.(ZHANG Yuanbiao, ZHU Wenshan. Imaging of multi-receiver SAS with Faulty Array Element[J]. Torpedo Technology, 2015, 23(4): 280-285.)

[9] 徐朝阳, 章新华, 康春玉. 基于信号重构的阵列失效校准方法[J]. 计算机工程, 2009, 35(1): 255-256.(XU Zhaoyang, ZHANG Xinyu, KANG Yuchun. Array failure correction method based on signal-reconstruction[J] Computer Engineering. 2009, 35(1): 255-256.)

[10] YERRISWAMY T, JAGADEESHA S N. Fault tolerant matrix pencil method for direction of arrival estimation[J]. Signal and Image Processing, 2011, 2(3): 55-67.

[11] 杨东, 廖桂生, 朱圣棋,等. 阵列信号降采样低秩矩阵的恢复方法[J]. 西安电子科技大学学报, 2014,41(5):30-35.(YANG Dong, LIAO Guisheng, ZHU Shengqi, et al. Improved low-rank recovery method

for sparsely sampled data in array signal processing[J]. Journal of Xidian University, 2014, 41(5): 30-35.)
[12] 陈金立, 周运, 李家强, 等. 阵元失效条件下 MIMO 雷达成像方法研究[J]. 雷达科学与技术, 2016, 14(5): 459-465. (CHEN Jinli, ZHOU Yun, LI Jiaqiang, ZHU Yanping. The method of MIMO radar target imaging under condition of failed array elements[J]. Radar Science and Techonolgy, 2016, 14(5): 459-465.)
[13] Wu X, Zhu W P, Yan J. Direction-of-arrival estimation based on Toeplitz covariance matrix reconstruction[C]. 2016 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). 2016: 3071-3075.
[14] Yang, Zai, Lihua Xie, and Cishen Zhang. A discretization-free sparse and parametric approach for linear array signal processing[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(19):4959-4973.
(通讯作者: 谭伟杰　E-mail:tanweijie@hotmail.com)

作者贡献声明*:

谭伟杰：提出研究思路，设计研究方案，理论分析，仿真分析，论文起草；
冯西安：论文最终版本修订。